UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA

Percorsi Abilitanti Speciali

ELABORATO FINALE

Relatore: prof.ssa Angela Pesci

Classe di Abilitazione: A059

Simona Castelli

Matricola n.425019

Anno Accademico 2013-2014

“Confessiamo francamente che il compito che ci è proposto è tremendamente,

stavo per dire divinamente, difficile.

Infatti se il nostro pensiero e la nostra parola debbono muovere l'attività del discepolo,

bisogna che qualcosa di vivo che è in noi passi nello spirito di lui,

come scintilla di fuoco ad accendere altro fuoco.

Ma per ciò occorre dunque che anche noi maestri, nell'atto d'insegnare,

ripetiamo, non già il resultato freddo degli studi fatti,

bensì il travaglio interiore per cui riuscimmo a conquistare la verità,

ricreandone dunque la fatica nello spirito nostro,

che si allarga e trascina insieme la scuola”

Federigo Enriques,1921

INDICE

INTRODUZIONE

La scelta di realizzare un lavoro sperimentale in matematica è nata dalla riflessione sulle difficoltà che gli alunni di scuola secondaria di primo grado incontrano nell'apprendimento di questa disciplina.
Quando si parla del mondo della matematica, i ragazzi pensano ad un mondo di simboli e di idee con una realtà a sé stante, staccata dal contesto concreto.
E questo è un grosso pregiudizio che sta alla base della disaffezione verso questa scienza che viene per lo più considerata noiosa, frustrante, insomma sgradevole.
La matematica, infatti, presenta due aspetti: se, per un verso, si sviluppa attraverso una serie di linguaggi simbolici, di forme e modi del pensare codificati all'interno di modelli astratti, per l'altro provvede ad interpretare in opportuni modelli i problemi più vari che la realtà propone, dunque ha una forte componente concreta.

Nel 1899 Giovanni Vailati riferendosi ai metodi di insegnamento in voga all'epoca, considerava la scuola come «una palestra mnemonica» invece che «un istituto di cultura intellettuale», dove lo scolaro è «occupato a imparare (apprendere, *accipere*) e troppo poco a capire (comprendere, *concipere*) ed è al massimo *"considerato più come un recipiente da riempire che non come un campo da seminare, una pianta da coltivare, un fuoco da eccitare". (1)*

Vailati rifiuta la figura del docente che come un oratore si rivolge ad una platea di spettatori-alunni in cui l'unico scopo è *"assicurarsi eventualmente se ha capito, e non invece continuamente per stimolarlo a riflettere, a pensare, ad assimilare e dominare le cognizioni che gradatamente va acquistando". (2)*

Nel processo di insegnamento-apprendimento il problema non è più che cosa e come insegnare, ma come creare le condizioni perché ciascun alunno, secondo le proprie caratteristiche, sia messo in grado di costruire *competenza*.
Due sono dunque gli aspetti fondamentali:
- *l'alunno costruisce la conoscenza solo se si interessa personalmente del problema e della risoluzione del compito proposto,*
- *l'ambiente di apprendimento risulta efficace se la conoscenza viene costruita socialmente attraverso la collaborazione di tutti gli alunni.*

Da sempre uno dei principali canali attraverso il quale è passato l'uomo per la sua evoluzione è stato il tentativo di risolvere grandi o piccoli problemi, Si capisce come, partendo con questa convinzione, nel momento in cui si tratteranno dei problemi in classe l'intenzione dell'insegnante non sarà solo quella di insegnare a risolvere *quel* problema, o *dei* problemi, ma di insegnare *come* ci si approccia ad un problema, come si affronta, come si risolve.
Alla luce di quanto detto ho proposto alla classe, suddivisa in gruppi, un problema di geometria alla cui soluzione è possibile arrivare attraverso varie strategie da discutere e condividere.
Questo lavoro dopo una parte sulla centralità della soluzione di problemi nell'attività matematica, presenta l'analisi dell'esperienza svolta in gruppi collaborativi ed i risultati ottenuti.

1) LA FORMAZIONE MATEMATICA

1.1) Matematica e formazione del pensiero

Mentre nelle società del passato bastava possedere abilità e comportamenti sempre uguali per poter affrontare le situazioni di una vita poco mutevole, oggi, in una società dinamica e in continua trasformazione, tali capacità non sono più sufficienti. Nella civiltà attuale occorre invece poter disporre di atteggiamenti ed abilità che abituino il ragazzo a pensare in modo autonomo, alimentando e potenziando l'intuizione e l'immaginazione per prevedere, progettare, verificare e *"... conquistare il sapere, come una scoperta o un prodotto del proprio spirito ... (è) la vita (che) domanda appunto di formare". (3)*

Ciò significa che studiare matematica non è più solo memorizzare formule, ma è soprattutto prendere coscienza del proprio ragionamento, è saper leggere e interpretare la realtà per poter così valutare, decidere ed agire in modo coerente e produttivo.

1.2) La matematica nasce dal problema

Nella pratica scolastica si assiste ad un notevole divario tra ciò che l'insegnante spiega e ciò che in realtà gli alunni apprendono in quanto si tiene poco conto delle loro reali esigenze e della loro organizzazione del pensiero. E' per questo che l'azione didattica non si dovrebbe basare su nozioni, regole e definizioni precostituite, ma è opinione unanime che *la matematica debba essere insegnata in modo attivo*, vale a dire con la diretta e costruttiva partecipazione dell'alunno, mediante l'organizzazione di esperienze e la riflessione su di esse.
L'insegnante deve abituare da subito gli alunni *"all'esercizio autonomo delle loro facoltà di raziocinio e di invenzione, e in modo da coltivare in essi la tendenza a saggiare e valutare continuamente le loro cognizioni mediante il criterio della capacità, che esse loro conferiscono, di risolvere determinati problemi o di superare determinate difficoltà". (4)* Gli allievi non dovrebbero quindi *"imparare delle teorie prima di conoscere i fatti a cui esse si riferiscono, né sentir ripetere delle parole prima di essere in possesso degli elementi sensibili e concreti da cui per astrazione si può ottenere il loro significato". (5)*

La convinzione è che l'apprendimento debba partire da situazioni concrete, da problemi matematici attraverso i quali si possano acquisire nuovi modi di pensare.
Come scrive Pellerey *"educare alla matematica significa in primo luogo abituare a porsi problemi significativi, a tradurli in rappresentazioni matematiche adatte, a controllarne la risolubilità, a trovare e interpretare correttamente e validamente le soluzioni più adeguate". (6)*
Visto che il *pensiero matematico è contraddistinto dall'attività di risoluzione di problemi*, la matematica non può essere appresa meccanicamente, ma acquisendo la capacità di far fronte a situazioni nuove attraverso *l'intuizione, le ipotesi, la progettazione e la sperimentazione, la deduzione e la verifica.*

Attraverso la risoluzione dei problemi si acquisiscono e consolidano i concetti matematici e si impara ad utilizzarli concretamente. Ma un problema, perché sia tale, richiede la presenza di una *motivazione* per cercare di raggiungere un fine e l'assenza della strategia necessaria per raggiungerlo.
E ciò che sta alla base della motivazione è la *curiosità* di cercare risposte a domande che nascono da un bisogno proprio dell'alunno. Non basta proporre una situazione problematica nuova per avere la certezza che l'alunno sia spinto a risolverla, la situazione presentata deve essere collegata alla realtà concreta e avvertita come propria, solo così si ha la certezza di risvegliare negli alunni la "voglia" di risolvere il problema. E partendo dall'esperienza di fatti, situazioni e fenomeni il percorso didattico porterà gradualmente, attraverso procedimenti e algoritmi alla formalizzazione del pensiero matematico, all'astrazione, alla generalizzazione e all'ampliamento dei concetti già acquisiti.

1.3) Quali problemi proporre agli alunni?

Partiamo da alcune considerazioni: mentre la scuola richiede prestazioni individuali, il lavoro all'esterno è spesso condiviso socialmente, mentre nella scuola si lavora su simboli, all'esterno la mente è sempre alle prese con oggetti e situazioni tangibili e mentre a scuola si insegnano conoscenze generali, nella società dominano competenze specifiche, legate alla situazione.
Più che di problema, dunque si dovrebbe parlare di "situazione problematica" i cui compiti proposti simulano problemi autentici e significativi che derivano dal mondo reale o costruiti in modo realistico e tali da non prevedere un'unica risposta valida o un risultato prefissato.
Se le situazioni proposte derivano da un contesto reale, risultano motivanti e coinvolgenti, e impegnano gli alunni in una vera e propria attività di ricerca che permette lo sviluppo di uno spirito creativo permettendo il consolidamento del sapere, ponendo l'accento più sul processo con cui viene raggiunta una soluzione, che non sulla stessa.
Non solo, se le situazioni problematiche vengono svolte in piccoli gruppi, gli alunni aumentano le proprie abilità di relazione con gli altri, sviluppando la capacità di discutere, di argomentare e di mettersi in una situazione di confronto e di ascolto costruttivo con l'altro, per poterne comprendere il punto di vista.

2) IL LAVORO COLLABORATIVO

"Ciò che i bambini sanno fare insieme oggi, domani sapranno farlo da soli" (Vygotskij, 1978)

Uno dei primi matematici ad introdurre l'idea di una scuola-laboratorio dove l'alunno potesse trovarsi nelle condizioni ottimali di apprendere, fu Vailati. Egli riteneva che da una lezione frontale, di tipo tradizionale si dovesse passare ad una "scuola laboratorio" basata sull'osservazione diretta, che sola dà significato alla scoperta *"dove all'allievo è dato il mezzo di addestrarsi, sotto la guida e il consiglio dell'insegnante, a sperimentare e a risolvere questioni, a misurare e soprattutto a "misurarsi" e a mettersi alla prova di fronte ad ostacoli e difficoltà atte a provocare la sua sagacia e coltivare la sua iniziativa". (7)*

Occorre quindi che l’azione didattica passi da una modalità fatta di ascolto, ad una costruzione personale dei concetti, ad un apprendimento che partendo dall’esperienza, si caratterizzi come un metodo di ricerca e di scoperta. Il saper risolvere un problema non significa solo scoprire procedure e strategie, ma anche sviluppare capacità decisionali utili a risolvere in maniera collaborativa i compiti proposti e rendere quindi l’attività didattica efficace e motivante, dove il *“problema trasforma la scuola da luogo di noia e di pena, dove si danno risposte a domande non poste, in centro di ricerca”. (8)*

Così caratterizzato, l’apprendimento dall’esperienza rinvia chiaramente ad una situazione "laboratoriale", in cui l’alunno è impegnato attivamente nel fare, nello sperimentare e nell’osservare le conseguenze. Secondo il costruttivismo sociale la conoscenza matematica è condivisa attraverso ruoli e convenzioni accordate, che mettono esplicitamente in evidenza l’importanza dell’interazione sociale … (nella) costruzione … della conoscenza (che si basa) sulla discussione, sulla collaborazione, sulla negoziazione e sui significati condivisi. (9)
Come è noto nell’apprendimento collaborativo gli alunni lavorano insieme, in piccoli gruppi, per realizzare un obiettivo condiviso raggiunto attraverso l’interdipendenza positiva tra tutti i membri del gruppo e migliorare così il loro apprendimento. Ogni membro è responsabile della riuscita dell’obiettivo condiviso.

Due sono le finalità di questa metodologia:

- *gli obiettivi sul piano sociale:* l’apprendimento collaborativo crea un clima favorevole alla partecipazione di tutti. I gruppi pongono le basi per apprendere le abilità sociali, la collaborazione e non più la competizione, i ragazzi divengono consapevoli che non esiste successo individuale senza il successo collettivo. Attraverso il confronto con punti di vista diversi dal proprio gli alunni imparano a rispettarsi e a gestire i conflitti aumentando il senso di responsabilità, promuovendo la solidarietà e l’inclusione. Ed è proprio l’eterogeneità che facilita l’apprendimento e il successo di tutti che messi dinanzi alle loro stesse differenze imparano a condividere i punti di forza e i punti deboli aumentando così la fiducia in sé stessi. Come ricordato nelle linee guida M.I.U.R. sull’integrazione scolastica degli alunni con disabilità (2009), la socializzazione, la relazione interpersonale e la comunicazione legati ad un lavoro collaborativo permettono di acquisire competenze sociali e di raggiungere adeguati livelli di apprendimento e rendimento scolastico.

- *gli obiettivi sul piano disciplinare:* secondo le Indicazioni Nazionali nel primo ciclo d’istruzione “l’ambiente di apprendimento” deve possedere specifiche caratteristiche per un’efficace azione formativa: in matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l’alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive. (10)

In questo modo si sollecita l'intuizione, l'inventiva e le risorse dei singoli alunni, il compito assegnato risulta più divertente, gli alunni si impegnano maggiormente nella risoluzione della situazione proposta aumentando così la capacità di prendere decisioni autonome sia nella progettazione che nella scelta delle strategie risolutive con conseguente potenziamento delle conoscenze e capacità. Inoltre si accresce la capacità critica, sia verso sé stessi che verso il gruppo, si impara che malintesi ed errori non sono una "colpa personale", ma sono un contributo, al pari delle altre alternative proposte, e ciò permette di abbassare i livelli di ansia e di stress.

3) MODALITÀ D'APPLICAZIONE DEL LAVORO COLLABORATIVO

3.1) Il ruolo dell'insegnante

Gli insegnati sono chiamati ad una duplice funzione:

- progettare un ambiente in cui gli alunni possano costruire conoscenze disciplinari provvedendo alla loro interiorizzazione, sottolineando soprattutto il *come* apprendere piuttosto che *il che cosa* apprendere

- promuovere rapporti interpersonali costruttivi e produttivi all'interno del gruppo di apprendimento

La riuscita nell'applicazione del metodo collaborativo è garantita se le lezioni sono attentamente pianificate.

L'insegnante diviene quindi un "supervisore" a cui sono delegati molti compiti:

1) organizzare il lavoro che verrà proposto in classe:

- presentare agli alunni problemi significativi tratti dal mondo reale che rispecchino gli obiettivi di apprendimento previsti dai contenuti disciplinari

- favorire la creazione di gruppi funzionali

- preparare e conservare il materiale didattico

2) in classe durante il lavoro collaborativo:

- non dà suggerimenti sulla soluzione del compito disciplinare

- si assicura della presenza di un'atmosfera distesa in cui ciascun alunno possa condividere serenamente le proprie idee

- bada ai bisogni dei singoli ed al buon svolgimento del lavoro nei gruppi cercando di cogliere la presenza di eventuali difficoltà e controversie che naturalmente possono sorgere all'interno di un gruppo

- stimola, promuove e coordina la discussione finale incoraggiando chi si espone meno e cercando di mantenere ferma l'attenzione sul punto focale della situazione proposta

- invita gli alunni ad interagire positivamente tra di loro e a farsi reciprocamente delle domande, sottolineando le diverse opinioni in modo da alimentare la discussione

- rispecchia le domande degli alunni cercando il più possibile di porre loro ulteriori domande, capaci di guidare gli alunni ad una autonoma risoluzione

- promuove la chiarezza e la correttezza nell'esposizione

- aiuta ogni alunno a valutare il proprio comportamento all'interno del gruppo e gestisce il tempo

3.2) I gruppi collaborativi

Nella formazione dei gruppi un ruolo chiave è legato alla conoscenza delle dinamiche della classe da parte dell'insegnante, mediando le diverse personalità degli alunni si cerca di creare un gruppo che "funzioni" e che favorisca sia i progressi disciplinari che sociali, facendo in modo che i ragazzi collaborino mettendo a disposizione del gruppo le loro risorse. Infatti la buona riuscita di un compito dipende dal lavoro di tutti i membri e ciò significa saper collaborare, comunicare e gestire conflitti. Si tratta di una *gestione democratica della classe*, basata sulle pari opportunità di successo per tutti.
Il principio fondamentale del gruppo collaborativo è quello per cui ogni singolo è sollecitato a produrre un compito mantenendo un ruolo. I ruoli principali sono:
-***orientato al compito***: fa raggiungere al gruppo il maggior risultato possibile in relazione al compito assegnato,
- ***orientato al gruppo***: è responsabile del clima comunicativo,
- ***memoria***: è responsabile della verbalizzazione dei risultati condivisi dal gruppo,
- ***relatore***: è responsabile della relazione orale sul lavoro svolto,
- ***osservatore***: è responsabile dell'osservazione del processo interattivo nel gruppo, egli osserva, documenta e riporta al gruppo. (9)
Inoltre il gruppo deve essere eterogeneo, le diversità devono essere considerate come una risorsa, infatti le differenze riducono gli stereotipi e i pregiudizi e permettono lo sviluppo di competenze sociali. E da questo punto di vista il lavoro collaborativo può diventare uno strumento efficace per favorire relazioni tra alunni con abilità diverse sia dal punto di vista cognitivo che dal punto di vista relazionale, affettivo e motorio.
Infatti nelle "Linee guida per l'integrazione scolastica degli alunni con disabilità" (M.I.U.R. 4 Agosto 2009) si invita a gestire in modo alternativo le attività d'aula, a favorire e potenziare gli apprendimenti e ad adottare i materiali e le strategie didattiche in relazione ai bisogni degli alunni. La progettualità didattica orientata all'inclusione comporta l'adozione di strategie e metodologie favorenti, quali l'apprendimento cooperativo e l'apprendimento per scoperta.
Un sistema inclusivo considera l'alunno protagonista dell'apprendimento qualunque siano le sue capacità, le sue potenzialità e i suoi limiti.

Va favorita, pertanto, la costruzione attiva della conoscenza, attivando le personali strategie di approccio al "sapere", rispettando i ritmi e gli stili di apprendimento e "assecondando" i meccanismi di autoregolazione. Un contesto educante dove realizzare concretamente la scuola "per tutti e per ciascuno" (Piano annuale per l'Inclusione, C.M. n. 8 del 6 marzo 2013 n. 561), una via che passa anche attraverso la predisposizione di percorsi volti a sviluppare un senso di autoefficacia, di autostima conseguendo le competenze necessarie a vivere in contesti di esperienza comuni.

4) PRESENTAZIONE DEL LAVORO SPERIMENTALE

Lo scopo del lavoro è quello di analizzare le diverse strategie di risoluzione presentate dagli alunni in relazione al compito proposto, attraverso un lavoro collaborativo capace di attivare le risorse di ogni singolo alunno.
L'obiettivo disciplinare è quello di far acquisire agli alunni la capacità di formulare strategie risolutive differenti rispetto al calcolo dell'area di una figura piana ricorrendo anche alla scomposizione della figura geometrica proposta, mentre l'obiettivo sul piano sociale è quello di sviluppare competenze relazionali e comunicative.

4.1) Formazione dei gruppi

Ho proposto il compito in una seconda media, la classe è stata suddivisa in 5 gruppi ognuno di 4 ragazzi mantenendo i gruppi organizzati all'inizio dell'anno scolastico.

Ho deciso di predisporre all'interno del gruppo solo due ruoli: l' "*orientato al compito-relatore*" con l'incarico di far raggiungere al proprio gruppo il miglior risultato possibile in relazione al compito assegnato e di esporre la relazione condivisa da tutti e l' "*orientato al gruppo*" per preservare l'armonia e incoraggiare la partecipazione. La ragione alla base di questa mia scelta si riassume nel fatto che il lavoro collaborativo è un metodo che ho già adottato molte volte e quindi i ragazzi hanno ormai raggiunto un buon equilibrio e sono in grado di lavorare bene assieme. Ognuno di loro riesce di solito a far notare ai vari componenti del gruppo eventuali problemi relazionali o disciplinari, ad esempio se un membro percepisce che un compagno non sta lavorando adeguatamente gli ricorda di focalizzare la propria attenzione sul compito proposto spronandolo a fare del proprio meglio; quando si creano situazioni di tensione sono gli altri membri che riportano il clima ad essere sereno. Inoltre ogni gruppo si presenta eterogeneo da un punto di vista sia prettamente disciplinare che relazionale: ho cercato il più possibile di separare gli alunni turbolenti smistandoli in gruppi diversi in modo da non creare situazioni tese; analogamente i ragazzi un po' più timidi sono stati messi con altri che li spronassero positivamente a collaborare con il gruppo esponendosi con le proprie considerazioni. Ho cercato di inserire in ogni gruppo un elemento che avesse una buona "attitudine all'insegnamento" e che sapesse illustrare ai compagni in difficoltà gli eventuali errori emersi con un linguaggio semplice e chiaro. Per incoraggiare i vari membri a fare affidamento uno nell'altro il metodo dell'attribuzione e rotazione dei ruoli è un sistema vantaggioso perché facilita lo stabilirsi di norme condivise per la gestione e la comunicazione all'interno del gruppo.

Infatti non conoscendo questa metodologia ho dovuto spendere molto tempo per gestire al meglio il gruppo sia da un punto di vista disciplinare che relazionale, i ragazzi tendevano spesso ad accavallare gli interventi e a non rispettare i tempi, c'era chi, prevaricando sugli altri, suggeriva la risposta oppure ostentava atteggiamenti di insoddisfazione per il protrarsi del tempo e ciò creava conflitti, discussioni e problemi interpersonali che portavano a situazioni di chiusura da parte soprattutto degli alunni più deboli che tendevano quindi a "demotivarsi" e a non "partecipare" alla vita del gruppo. Invece con l'attribuzione dei ruoli si concede autonomia e pari autorevolezza autorizzando i vari componenti a prendere delle decisioni, a valutare e a controllare. Nel gruppo poi la suddivisione dei ruoli evita che un alunno continui a lavorare in modo individualistico o competitivo e rende difficile la vita a chi non vuole impegnarsi, infatti in entrambi i casi la naturale tendenza è quella di evitare il confronto rifiutando di collaborare, con il risultato che altri membri del gruppo sono costretti a fare tutto il lavoro per mancanza di collaborazione. I vari ruoli coinvolgono attivamente i partecipanti che possono così dare il proprio contributo e in questo modo l'alunno si sente importante e rispettato; la responsabilità si traduce in una maggior motivazione ed un maggior impegno rispetto al lavoro individuale e conduce ad una maggiore fiducia in sé stessi diminuendo lo squilibrio nella partecipazione per gli alunni in difficoltà. Tutti i vari problemi di organizzazione del lavoro e di comunicazione sono stati, nel corso di un periodo molto lungo, minimizzati grazie alla disponibilità al dialogo che ha permesso la nascita di un'attività di collaborazione vera e propria, i ragazzi hanno imparato a lavorare in parallelo allo stesso compito, nello stesso arco di tempo, condividendo le proprie conoscenze e le eventuali difficoltà con gli altri membri del gruppo.

4.2) Metodologia

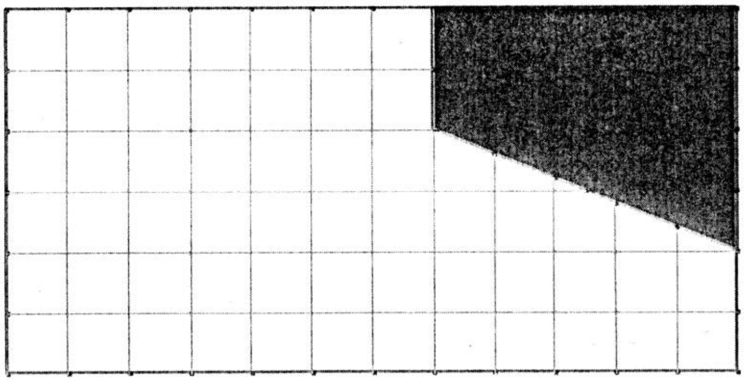
Per l'attività laboratoriale ho previsto 2 ore, i primi 60 minuti sono dedicati al lavoro "di gruppo" per la risoluzione individuale, il confronto fra le differenti strategie risolutive emerse e la condivisione di un'unica soluzione da presentare alla classe (ho ricordato loro che la condivisione deve avvenire solo dopo che tutti i componenti hanno portato a termine il compito). Negli altri 60 minuti c'è stata la discussione collettiva e l'analisi da parte di tutti sia dei metodi risolutivi adottati da ciascun gruppo e presentati dal relatore, sia dei metodi risolutivi "esclusi". Infatti in questa fase i ragazzi che se la sentono possono comunque esporre le proprie considerazioni personali giuste o sbagliate che siano e che divengono una forma di riflessione collettiva sul perché tale metodo non sia stato preso in considerazione dopo la condivisione coi compagni. Infatti nel confronto è altrettanto importante focalizzare l'attenzione su di un fraintendimento o su di un errore perché questo porta gli alunni a capire come sia nato e quindi a non incorrere negli stessi malintesi o sbagli in futuro. Un aspetto essenziale nel consolidamento delle conoscenze è il saper argomentare verbalmente il ragionamento fatto, una chiara comunicazione facilita la comprensione permettendo quindi la condivisione delle idee. E' attraverso la comunicazione che le idee diventano oggetto di riflessione, di discussione, e possono essere modificate. In questo modo la competenza acquisita diventa bagaglio di ognuno e di tutti.

4.3) Risultati del lavoro sperimentale

Ad ogni gruppo ho consegnato un solo foglio con il compito la cui soluzione condivisa viene presentata e argomentata alla classe dal relatore. Il testo del compito assegnato è il seguente:

Problema 1.

Nel seguente rettangolo ogni quadratino misura 1 cm^2 e si deve calcolare l'area della parte scura.



Nicola dice che non è possibile calcolare esattamente l'area richiesta perché non si possono contare con precisione i quadratini.

Tu cosa ne pensi, Nicola ha ragione? Spiega perché.

Per la discussione collettiva ho realizzato una decina di fogli in formato A3 con la figura proposta, in modo che ogni alunno potesse mostrare ai compagni il metodo adottato tramite risoluzione grafica. Tali fogli sono stati appesi alla lavagna.

Nella discussione collettiva ogni gruppo ha argomentato la strategia adottata. I gruppi n.2 e n.4 hanno proposto di calcolare l'area della parte "scura" applicando la formula dell'area del trapezio e in entrambi i casi la motivazione è stata simile: noi "non abbiamo pensato" di trovare altre strategie possibili, visto che si poteva calcolare l'area del trapezio (gruppo n.2), l'altro gruppo invece, gruppo n.4, pur avendo trovato altre strategie, ha replicato che con la formula era più semplice: " Prof, bastava contare i quadretti e applicare la formula".

Gruppo n. 2 e Gruppo n. 4

F: “Secondo noi Nicola non ha ragione perché calcolando i quadratini da cui è formato il rettangolo si possono capire le misure dei lati della parte “oscura” quindi abbiamo applicato la formula dell’area (del trapezio). Infatti ogni quadratino ha il lato 1 cm e abbiamo calcolato l’area del trapezio facendo:

$$\frac{\text{(base maggiore + base minore) x altezza}}{2} = \frac{(4+2) \text{ x } 5}{2} = \frac{6 \text{ x } 5}{2} = 30 : 2 = 15 \text{ cm}^2$$

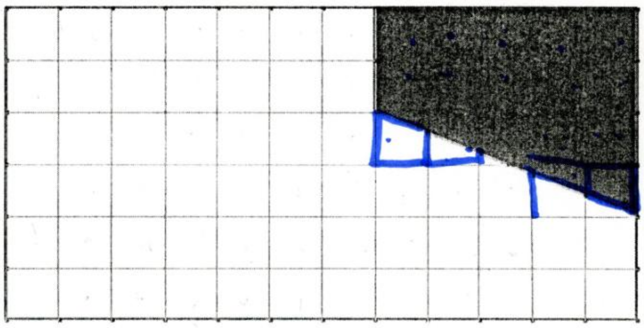
Gli altri gruppi invece, pur avendo anche loro considerato di risolvere il compito applicando la formula, hanno invece deciso di proporre alla classe la soluzione “meno ovvia” che hanno trovato, per dirla con le loro parole, la più “divertente”.

Gruppo n. 1

S: “Anche noi abbiamo pensato di calcolare l’area del trapezio, ma poi era più divertente la soluzione proposta da G”. G viene alla lavagna e mostra la propria risoluzione grafica che è stata condivisa dai compagni: “Io ho “traslocato” dei pezzi di quadratini e li ho “rivoltati” e ho visto che è venuto un rettangolo e così ho potuto “contare” i quadratini perché ognuno è di 1 cm^2 e mi è risultato 15 cioè l’area è 15 cm^2”.

Problema 1.

Nel seguente rettangolo ogni quadratino misura 1 cm^2 e si deve calcolare l’area della parte scura.

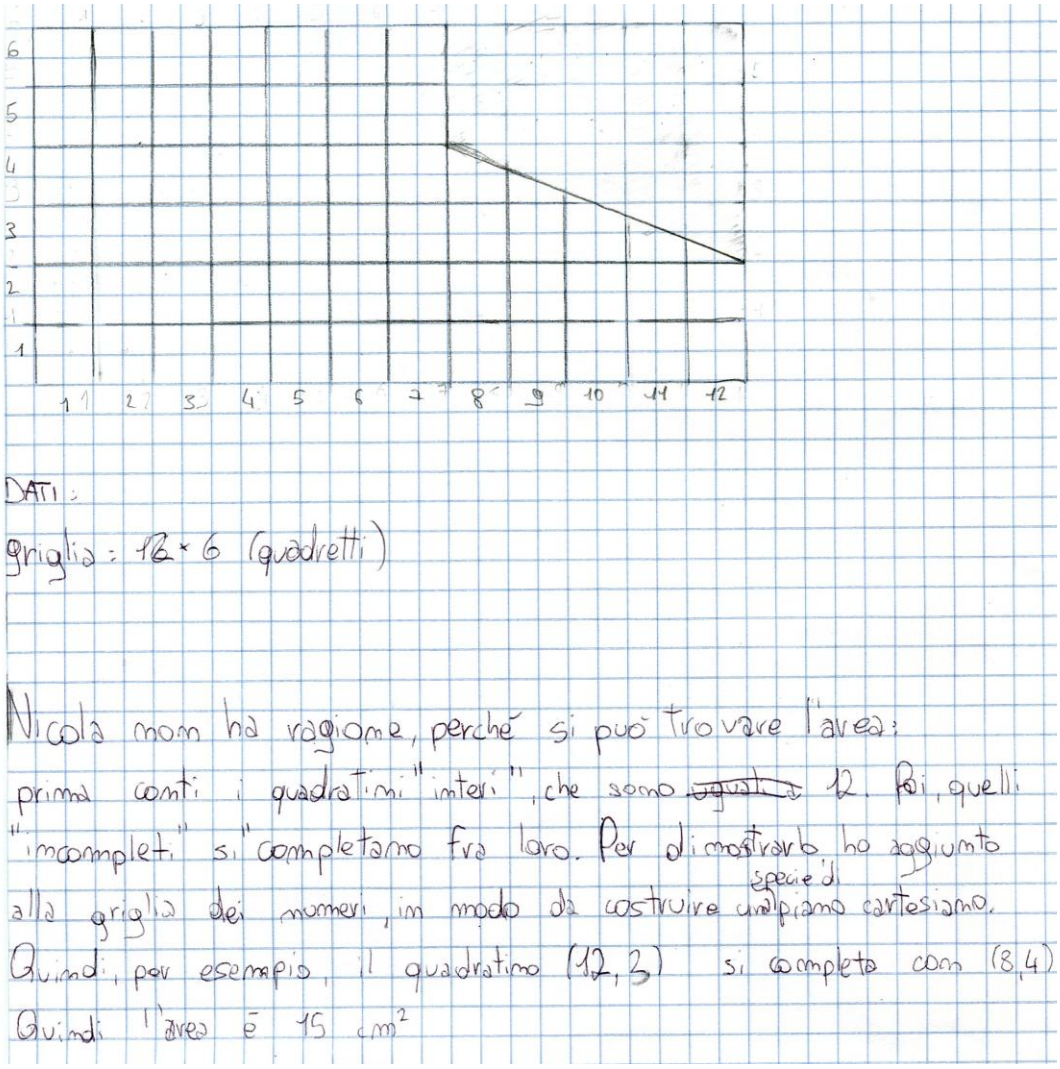


Nicola dice che non è possibile calcolare esattamente l’area richiesta perché non si possono contare con precisione i quadratini.

Tu cosa ne pensi, Nicola ha ragione? Spiega perché.

La cosa che ho trovato interessante durante la presentazione di G è che nessuno dei ragazzi ha chiesto il significato dei termini “traslocato” e “rivoltato”, infatti durante la spiegazione G ha accompagnato l’utilizzo di questi due termini con un preciso movimento della mano che indicava esattamente la “traslazione” e il successivo “ribaltamento”.

La stessa strategia risolutiva è stata adottata dal **Gruppo n. 3** che però ha cercato di conferire validità al metodo scelto attraverso una dimostrazione.
El: “Anche noi abbiamo fatto come G, ma abbiamo cercato di dimostrarlo meglio. Prima di tutto Nicola non ha ragione perché si può trovare l’area: prima conti (nella parte scura) i quadratini “interi” che sono 12. Poi quelli “incompleti” si “completano” fra loro. Per dimostrarlo abbiamo aggiunto alla griglia dei numeri in modo da costruire una specie di piano cartesiano:



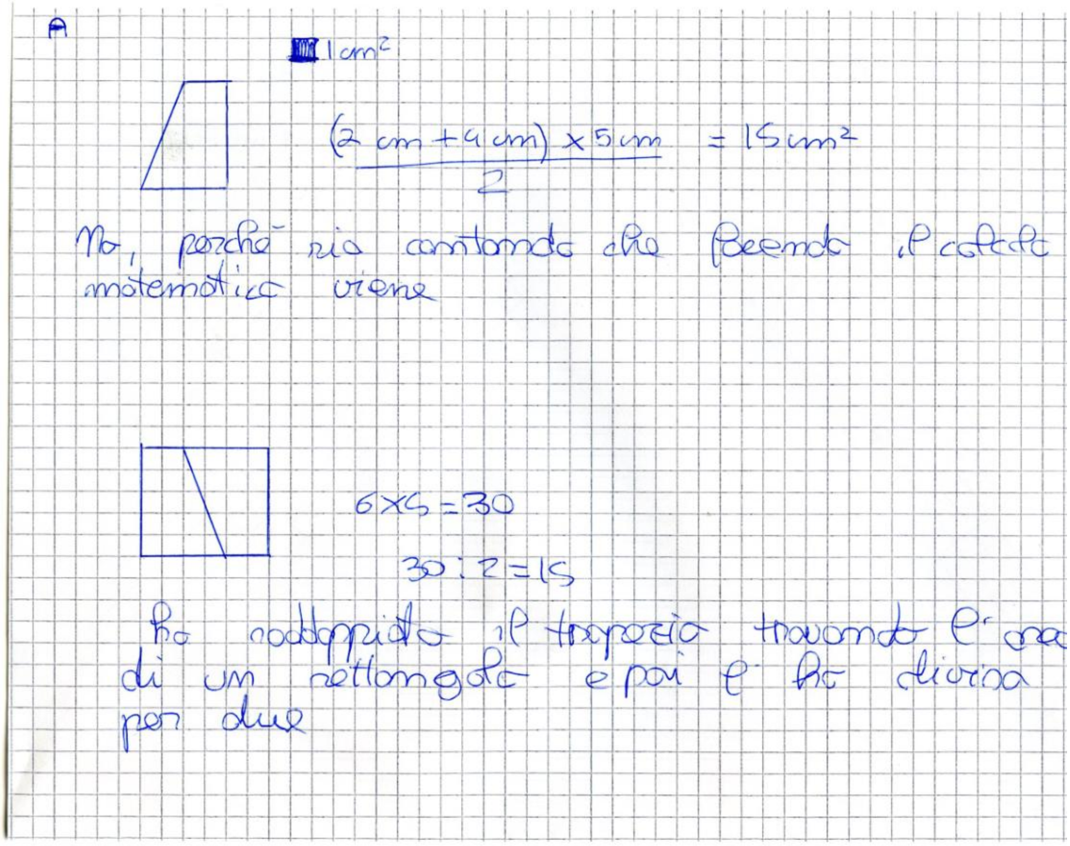
DATI:

griglia: 12 × 6 (quadretti)

Nicola non ha ragione, perché si può trovare l'area: prima conti i quadratini "interi", che sono ~~uguali a~~ 12. Poi, quelli "incompleti" si "completano" fra loro. Per dimostrarlo, ho aggiunto alla griglia dei numeri, in modo da costruire una specie di piano cartesiano.
Quindi, per esempio, il quadratino (12, 3) si completa con (8, 4)
Quindi l'area è 15 cm^2

Quindi per esempio il quadratino (12;3) si completa con (8;4) e così via. Quindi l’area è 15 cm^2”.

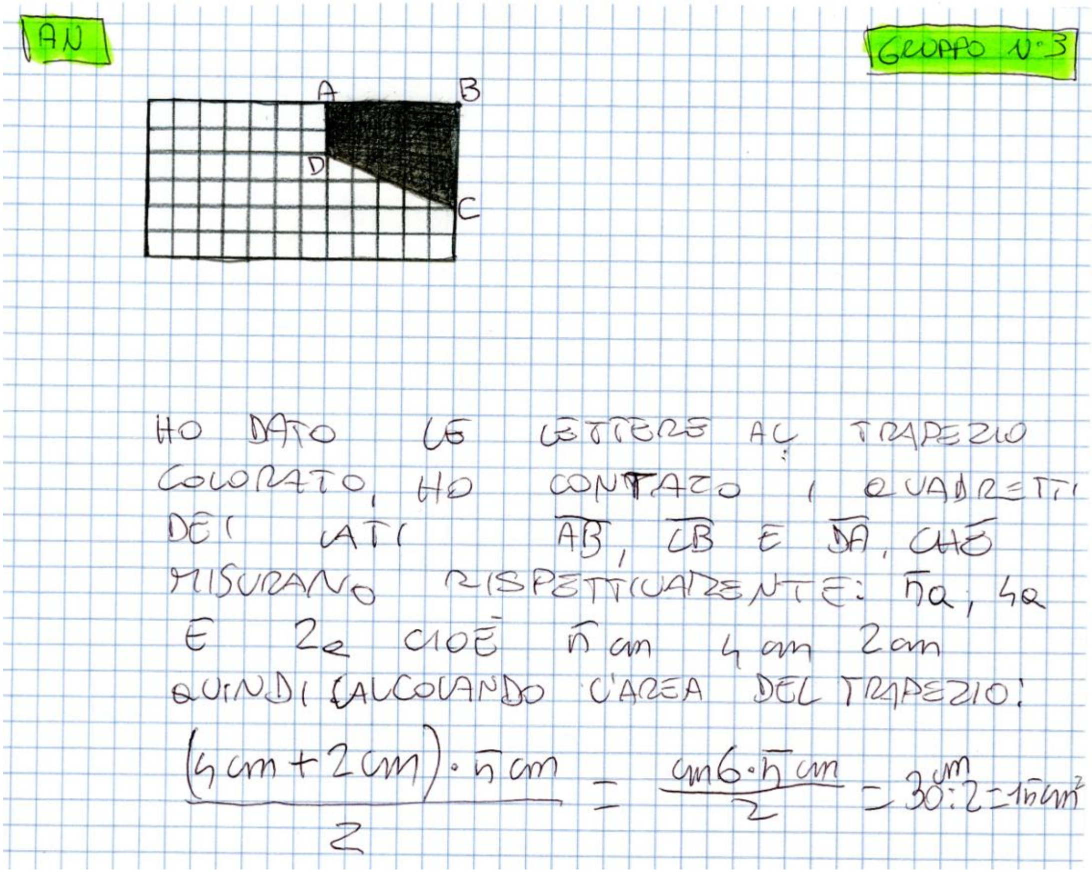
La scelta del **Gruppo 5** è caduta sulla strategia di A: “Noi abbiamo pensato che Nicola non ha ragione perché sia “contando” che “facendo il calcolo matematico” viene. Abbiamo pensato di “raddoppiare” il trapezio trovando l’area di un rettangolo e poi dividere l’area per 2. Infatti 5x6 fa 30 che diviso 2 fa 15 cm^2 ”.



Discussione sulle strategie risolutive alternative

Dopo la presentazione delle strategie adottate dai 5 gruppi è iniziata una discussione aperta a tutta la classe sulle altre strategie risolutive emerse e non adottate dal gruppo.

AN: “Ho dato le lettere al trapezio colorato ABCD, ho contato i quadretti dei lati AB, CB e DA che misurano rispettivamente 5a, 4a e 2a cioè 5cm, 4cm e 2cm. Quindi calcolando l’area del trapezio il risultato è 15 cm^2”.



N: “Perché hai messo la lettera “a”? Cioè hai usato 5a, 4a e 2a per misurare i lati? “

AN:” “a” indica un piccolo “pezzetto” (del lato) e per trovare la misura dei lati si contano quanti pezzetti ci sono nei lati, e in AB ci sono 5 pezzetti cioè 5a, e così gli altri”.

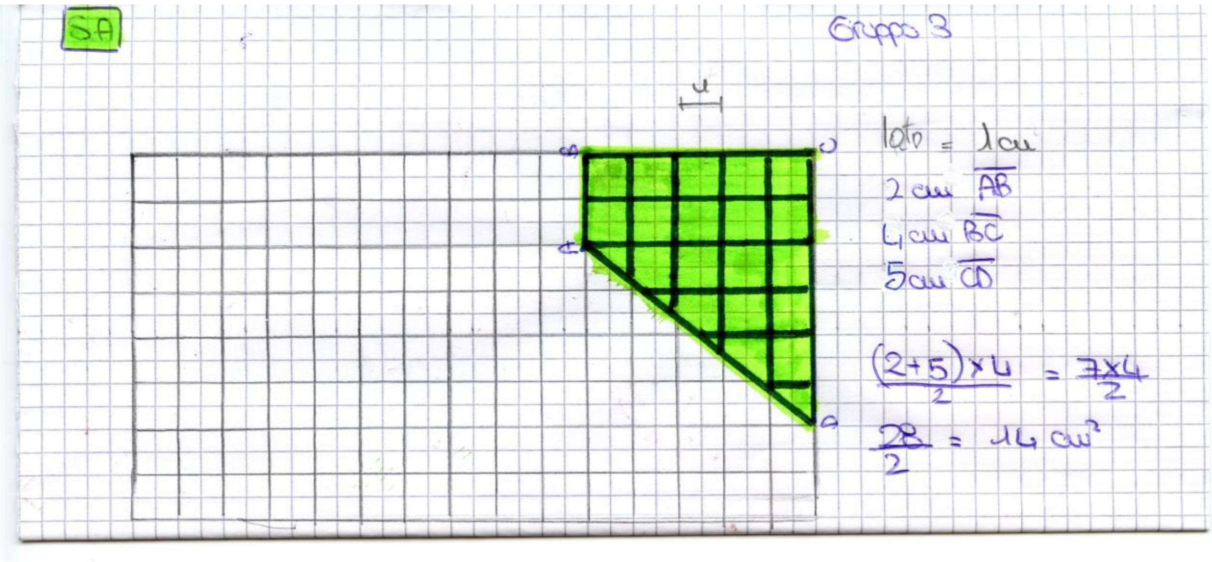
N: “Ma se ogni quadretto vale 1 cm^2 è logico che ogni lato è 1 cm”.

AN: “Ma se il quadretto non misurava 1 cm^2 ? Io ho usato una “formula generale” che va bene sempre”.

Alla perplessità dei compagni ho chiesto ad AN di spiegare meglio il suo ragionamento facendo un esempio.

AN: “Insomma la prof ci ha dato lato 1 cm e quindi basta contare i quadretti perché il numero dei quadretti x1 è uguale al numero dei quadretti, ma se invece il quadretto valeva 25 cm^2 ? Non potevi più solo “contare”, bisognava anche fare: numero quadretti x misura lato quadretto (lato quadretto= radice quadrata area quadretto), cioè 5 x 5=25 cm, quindi se il lato è “a” la formula va bene sempre, per tutte le misure”.

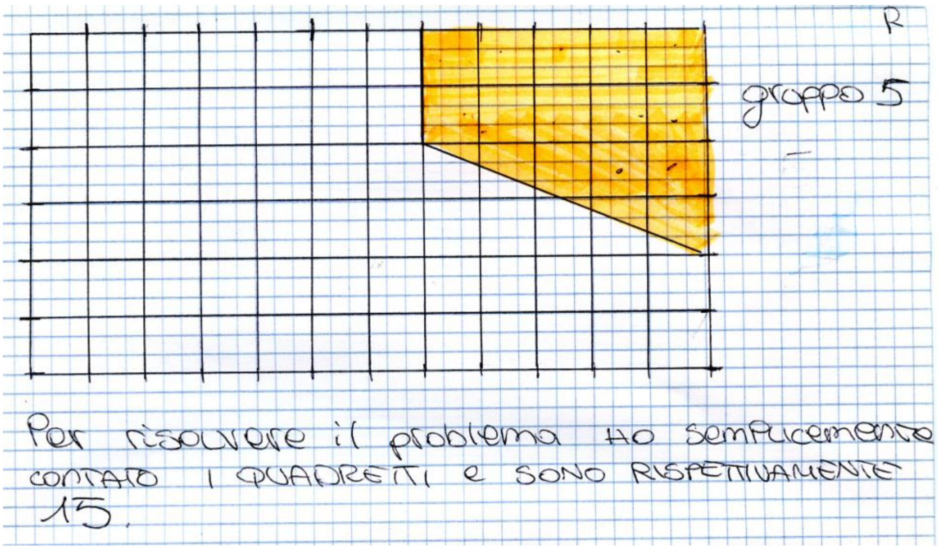
Un’ altra proposta è stata quella di SA: “Io ho fatto il disegno sul foglio (quadretti di 4mm) e ho misurato i lati BC e DC con il righello e mi è venuto 4 cm e 5 cm, il lato AB invece misura 2 cm, e poi ho calcolato l’area del trapezio”.



L risponde: “Ma la misura del lato era già nei dati, ogni quadretto ha il lato di 1 cm, perché hai usato il righello? E poi la figura che hai disegnato è sbagliata, non è come quella sul compito, DC è troppo lungo. E poi guarda, AB l’hai considerato 2 quadretti come nella figura che ci ha dato la prof, se lo misuravi era di 1,5 cm, perché gli altri lati li hai misurati col righello invece di contarli come prima?”

SA: “Non lo so, ma il mio gruppo mi ha fatto capire che ho sbagliato, però la formula è giusta”.

R: “Per risolvere il problema ho semplicemente contato i quadretti e sono rispettivamente 15.



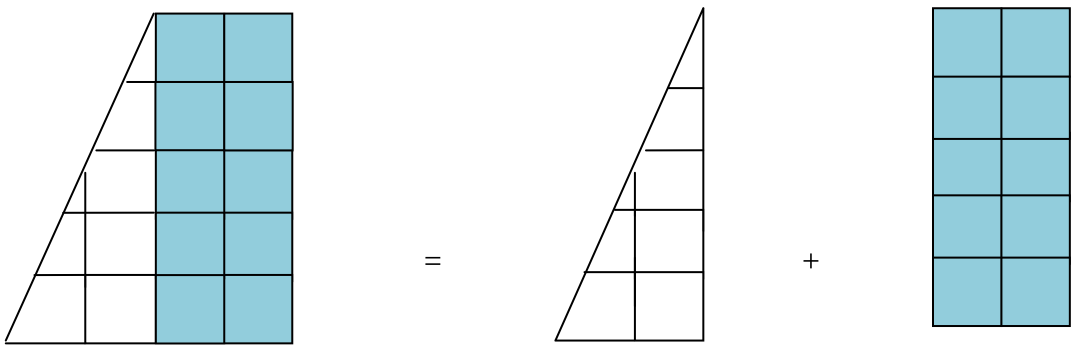
S si alza e dice: “Io ho diviso la figura in due parti: triangolo e rettangolo. Ho trovato l’ipotenusa del triangolo rettangolo (utilizzando il teorema di Pitagora) e poi ho “fatto” l’area del triangolo e del rettangolo e le ho sommate”.

C: “Ma perché hai calcolato l’ipotenusa del triangolo?”

S: “Ho visto un triangolo rettangolo e ho pensato subito a Pitagora. Solo dopo quando ho calcolato l’area ho capito che non mi serviva il lato”.

C: “Infatti non ti serve, non devi calcolare il perimetro, ma l’area e hai già la base e l’altezza, vedi come ho fatto io?”

C viene alla lavagna e presenta la propria strategia risolutiva: “Io ho scomposto la figura, per il rettangolo ho fatto 5x2 che fa 10 (area rettangolo), poi (2x5): 2 che fa 5 (area triangolo) e ho ottenuto 15 cm^2 perché 10+5 fa 15”.



A questo punto ho posto loro una domanda: “Guardate le due figure che ha disegnato C, secondo voi che rapporto c’è tra il triangolo e il rettangolo?”.

Dopo la consultazione nei gruppi è emerso che solo a figure “scomposte” i ragazzi hanno notato che l’area del triangolo è la metà di quella del rettangolo, quindi C ha commentato dicendo: “Prof, bastava contare i quadretti del rettangolo che sono 10, e poi aggiungere 5, quelli del triangolo,visto che è la metà, infatti ha la stessa base e la stessa altezza del rettangolo, e il risultato è 15 quadretti, non serviva calcolare l’area del triangolo”.

Una cosa vorrei sottolineare, C ha trovato una soluzione che molti hanno adottato, ma che nessuno ha condiviso come “strategia di gruppo”, questa soluzione (scomposizione del trapezio in due figure distinte rettangolo e triangolo rettangolo) è emersa anche nel gruppo 4, che però ha deciso di adottare la risoluzione mediante formula. Visto poi che nella discussione è emerso che alcuni non si ricordavano come si calcolava l’area del trapezio, ho chiesto loro: “Se non vi foste ricordati la formula, come avreste fatto? E poi, è così importante conoscerla per risolvere il compito?” .

M: “Prof, io ho applicato la formula perché ho pensato che era la strada più veloce, visto che la sapevo bastava usarla, ero convinto, ma poi nella discussione di gruppo i compagni mi hanno detto che ho “dimenticato una base” (ha applicato la formula del triangolo e non del trapezio) e che ho sbagliato, mi hanno detto che era meglio provare a risolvere il problema anche in un altro modo, ma io ero convinto”.

J (gruppo 4): “Infatti prof io non mi ricordavo se ci voleva il + o il x (tra le due basi del trapezio) quindi ho pensato a qualcos’altro e mi è venuto in mente di “separare” le due figure in rettangolo e triangolo e di queste sapevo la formula”.

La scomposizione della figura data in rettangolo e triangolo è stata una strategia risolutiva condivisa da molti e la ragione è stata in quasi tutti i casi la stessa di J: non si ricordavano la formula del trapezio, mentre quella del rettangolo e del triangolo “tutti se la ricordano”.

“Voi non avete risposto alla mia domanda, perché nessuno di voi ha proposto come soluzione del gruppo la proposta fatta anche da C? “

I ragazzi di ogni gruppo si sono dovuti confrontare perché non si ricordavano la ragione che li aveva spinti a scegliere quella particolare strategia piuttosto che un’altra. Dopo la consultazione la risposta è stata che hanno scelto la via più “semplice” (formula) o quella più “particolare”, tralasciando una delle più “ovvie”.

4.4) Conclusioni

Al termine della sperimentazione posso concludere che il compito proposto ha dato i risultati sperati, molte sono state le strategie risolutive proposte dagli alunni, alcuni hanno scelto di risolvere il problema mediante l’utilizzo della formula dell’area perché l’hanno ritenuta la strada più semplice e comoda, altri invece si sono cimentati in proposte differenti o perché non avevano memorizzato la formula necessaria alla risoluzione o per il gusto della scoperta andando oltre e cambiando le “regole del gioco” e sviluppando dimostrazioni anche liberamente costruite.
Ciò dimostra l’acquisizione di abilità che vanno al di là dell’aspetto formale ma che invece utilizzano consapevolmente strumenti logici e matematici che indicano l’acquisizione di un’autonomia nello sviluppo di semplici dimostrazioni, è la dimensione della ricerca che permette loro di avvicinarsi al sapere in modo critico e di problematizzare la realtà al fine di comprenderla.

Per quanto riguarda l’utilizzo del lavoro collaborativo molti sono gli aspetti positivi che indicano che questo metodo è una valida via all’acquisizione di competenze specifiche della disciplina in oggetto.
Il primo e più importante aspetto riguarda il rendere più divertente e giocosa la matematica e credo che l’obiettivo sia stato raggiunto, convinzione che deriva anche dalla richiesta da parte loro di potersi cimentare con altri compiti simili. La situazione problematica instilla in loro la curiosità e la motivazione a mettersi in gioco e gli alunni in questo si sono sempre dimostrati attivi e disponibili.

Inoltre il lavoro collaborativo è stato capace di far sentire gli alunni protagonisti del loro apprendimento e responsabili del loro lavoro. Alcuni capiscono che non devono prevaricare i compagni, altri imparano a superare una naturale timidezza soprattutto per ciò che riguarda il possibile giudizio degli altri, ma il passaggio fondamentale è che tutti imparano a collaborare per un bene comune, chiedono e danno aiuto, divengono autonomi nelle decisioni e attraverso la collaborazione le diversità sono valorizzate come arricchimento per l'intera classe, la collaborazione tra pari favorisce il senso di appartenenza e costruisce relazioni socio-affettive positive.
Tutti gli alunni acquisiscono competenze sociali, e i vantaggi per l'alunno con difficoltà sono molti: riceve aiuto da compagni, consegue obiettivi personalizzati, percepisce le situazioni in cui è coinvolto come accessibili perché sono mediate da un compagno e non dall'adulto e assumendo un ruolo comprende che è in grado di "fare qualcosa di importante" e ciò ne aumenta l'autostima.
Posso quindi concludere che un differente modo di proporre la matematica è possibile: tramite il lavoro collaborativo le situazioni problematiche proposte riescono a fondere momenti di apprendimento formale con quelli di apprendimento informale, è una modalità che sviluppa nei ragazzi il ragionamento e l'immaginazione per far sì che di fronte ad un problema essi abbiano capacità di analisi, intuizione e che sappiano formalizzare e sintetizzare i loro risultati usando il linguaggio specifico della disciplina.

5) BIBLIOGRAFIA

1) G. Vailati 1899 b, S III, p. 261

2) G. Vailati 1905 d, S III, p. 287

3) Federigo Enriques, “Insegnamento dinamico” dal Periodico di matematiche, 1921, pp. 6-16 Bologna, Università

4) G. Vailati 1910, p. 47

5) G. Vailati 1899 b, S III, p. 261

6) M. Pellerey“ Una matematica di base per il cittadino di domani” in AA.VV., I nuovi programmi della scuola elementare, Teramo, Lisciani e Giunti 1984, pp.107-108

7) G. Vailati 1906 a, S III, p. 292

8) D. Antiseri 1985, “Insegnare per problemi” in “Insegnamento della matematica e delle scienze integrate”, vol. 8, n. 1, pagina 12

9) A. Pesci ”I suggerimenti della ricerca in didattica della matematica per la pratica scolastica” a.a. 2013-2014

10) G.U. 5 febbraio 2013, pag. 51