La legge di caduta in Galileo: manoscritto 1604, lettera a Paolo Sarpi 1604, manoscritto 1607; teorema della media (Discorsi 1638)

GALILEO E IL SUO TEMPO

Alla fine del 1500 si presenta un panorama molto complesso: il Cosmo di Aristotele è stato fortemente scosso dall'opera di Nicola da Cusa, di Copernico, dalla filosofia di Giordano Bruno, ma la concezione di uno spazio e di un tempo relazionali, riferiti cioè ai corpi, è ancora ben viva .

Sono presenti novità di rilievo, come ed esempio lo studio dei moti accelerati tramite il teorema della media e gli sviluppi della teoria dell'impetus, ma si tratta di elementi non collegati tra loro.

La priorità aristotelica del moto circolare è ancora universalmente accettata ed avrà un influsso sullo stesso Galileo, che infatti non arriverà mai ad un'esplicita affermazione dell'inerzia rettilinea in uno spazio assoluto ed infinito. Galileo comunque impone un nuovo modo di conoscere la natura ed apre la strada alla scienza moderna.

Questo complesso processo è, naturalmente, graduale. Nelle opere giovanili di Galileo (ad es. il De Motu) si risente ancora di un notevole influsso della teoria dell'impetus. Ma un pò alla volta l'atteggiamento critico comincia a prevalere contro la tradizione aristotelica.

Senz'altro le nuove conquiste nel campo dell'astronomia hanno un ruolo rilevante in questo cambiamento di prospettiva, che porta Galileo a superare nello studio del moto la separazione tra mondo celeste e terrestre. In particolare lo studio del movimento circolare viene applicato a livello della superficie terrestre, immaginata come perfettamente sferica.

L'applicazione di idealizzazioni geometriche ed il passaggio dagli strumenti 1ogici, tipici della tradizione aristotelica medievale, a quelli matematici ha fatto molto discutere sui legami culturali di Galileo con Platone e con Archimede. (Si veda S. Drake: Galileo at work, p. XVII-XIX, Chicago U.P., 1978)

Altri elementi che contribuiscono alla rivoluzione galileiana sono l'abbandono della spiegazione causale, dinamica, in favore di un'analisi puramente cinematica del moto ed il ricorso all'osservazione ed all'esperimento. Quest'ultimo punto è molto controverso. (v. S. Drake: Galileo at work, p. XVII - XIX, Chicago U.P., 1978)

Alle analísi positiviste ottocentesche che vedono in Galileo il campione del metodo sperimentale e nel metodo sperimentale l'elemento caratteristico della scienza moderna, si sono contrapposte negli ultimi decenni ricerche storiche che vedono Galileo principalmente come l'artefice di un profondo cambiamento concettuale. Secondo questo punto di vista gli esperimenti di Galileo sarebbero ideali e, in larga misura "immaginarie" le loro descrizioni.

In contrasto con queste idee nel 1973 uno studioso nordamericano, S. Drake, ha interpretato alcuni manoscritti galileiani conservati presso la Biblioteca Nazionale di Firenze portando alla luce dei risultati sperimentali che si riferiscono senz'altro a esperienze concretamente eseguite.

Non è affatto certo però come queste esperienze siano state eseguite e ugualmente costituisce un interrogativo il perchè Galileo non abbia pubblicato questi risultati.

Qualcuno ritiene che all'epoca il ricorso all'esperienza non aveva lo stesso valore di una "dimostrazione certa" e che se le esperienze non erano palesemente "sensate" cioé immediatamente evidenti, sarebbero state considerale come prive di valore.

Senz'altro le esperienze di Galileo che in questa unità vengono presentate e simulate non erano e non sono immediatamente evidenti. L'intreccio di elementi teorici, matematici e sperimentali che ne risulta costituisce pertanto un'ottima introduzione ai problemi dell'effettiva ricerca scientifica.

Inoltre, dato che per la moderna storiografia la scoperta della legge di caduta da parte di Galileo costituisce un problema, questa unità può anche essere considerata come un invito al lettore a cimentarsi con una propria interpretazione.

LE ESPERIENZE DI GALILEO CON IL PIANO INCLINATO

Abbiamo visto che secondo Aristotele i corpi pesanti cadono più rapidamente dei corpi leggeri; Galileo non accetta questa assunzione e si propone di studiare in maníera sperimentale la legge di caduta dei gravi.

Si tratta per la sua epoca di un'esperienza molto complicata; infatti gli orologi meccanici sono stati una conseguenza delle leggi della meccanice e quindi, per Galileo, è molto difficile misurare in modo sufficientemente preciso i tempi di caduta.

Egli è tuttavia spinto da alcune osservazioni sul moto dei pendoli a considerare che si può studiare la legge di caduta dei gravi utilizzando dei piani inclinati, aumentando così i tempi di caduta.

Se si fa infatti oscillare un pendolo, originariamente nella posizione b (vedi Fig. 3-3) esso risale dall'altra parte in assenza di attriti, alla stessa altezza dalla quale è caduto.

Fig. 3-3



I1 fatto che ritorni alla stessa altezza e che non vada nè più in alto nè più in basso, in assenza d'attriti, è in accordo con il principio dell'impossibilità del motore perpetuo, cioè con l'impossibilità di ottenere lavoro dal nulla.

|  |
| --- |
| Galileo nota che se poniamo dei vincoli, ad esempio dei chiodi nei punti f e g, la traiettoria del pendolo viene modificata, però la pallina risale sempre alla stessa altezza dalla quale è cadute, indipendentemente dalla traiettoria di risalita. |

Se mettiamo un vincolo in h il pendolo non potrà risalire alla stessa altezza per effetto del vincolo, però si vede che la pallina si riavvolge intorno al vincolo: in realtà la velocità acquisita nel moto di caduta non si è completamente esaurita nella risalita.

Da questo tipo di considerazioni Galileo ricava l'idea che l'elemento fondamentale del processo è l'altezza di caduta e non la traiettoria percorsa. Pensa quindi di sostituire al pendolo un piano inclinato, su cui la pallina possa rotolare per poi risalire su un altro piano con inclinazione differente.

Vede (o immagina) che la pallina risale sempre alla stessa altezza indipendentemente dall'inclinazione del piano e deduce pertanto che la velocità di caduta di un grave debba essere la stessa, a parità di altezza, sia che il grave cada verticalmente o lungo un piano inclinato. Comincia così a sperimentare con un piano inclinato per trovare la legge di caduta.

Attraverso una serie di considerazioni ed esperienze ricava le leggi di caduta libera, cioè che gli spazi percorsi sono proporzionali ai tempi al quadrato (), che le velocità sono proporzionali ai tempi alla prima potenza (), che la velocità finale dipende dalla radice quadrata dell'altezza h di caduta () e infine che la velocità che un corpo acquisisce alla fine della caduta non dipende dalla massa (peso) del corpo.

Il percorso che porta Galileo a tali risultati è tuttavia molto complesso, non privo di errori, ed ancora oggi non del tutto chiaro, anche se esistono documenti, manoscritti ed interpretazioni estremamente interessanti.

In una lettera a Guidobaldo del Monte, nel 1602, Galileo parla per la prima volta di esperienze con pendoli e piani inclinati, ma si dichiara insoddisfatto dei risultati ottenuti. E` nella primavera del 1604 che Galileo otterrà i primi risultati sperimentali con una certa precisione, come risulta dall'interpretazione di S. Drake del manoscritto 107 v di Fig. 3-4.

1 1 33

4 2 130-

9 3 298-

l6 4 526

25. 5 824

36 6. 1192 -

49 7 1620

64 8 2104

Fig. 3-4 Trascrizione del manoscritto tratto da S.Drake: Galileo at work - His scientific biography p. 101

Il manoscritto presenta nella terza colonna del riquadro in alto a sinistra i risultati di 8 misure di distanze, i cui calcoli sono svolti a fianco;

L'unità di misura era il "punto", circa 1 millimetro, ed il regolo mìsuratore era lungo 60 punti. Ad esempio la terza misura era di 4 regoli e 58 punti corrispondenti a (4 \* 60) + 58 = 298 punti. Si può assumere da varie indicazioni che il piano inclinato usato da Galileo in questo periodo avesse una lunghezza di due metri e una inclinazione di 1.7° (comunque compresa tra 1.5° e 2°).

Le otto misure spaziali corrispondono quasi esattamente agli spazi percorsi da un corpo in caduta lungo un tale piano inclinato a intervalli di tempo uguali della durata di 0.55 secondi. Certamente Galileo non poteva misurare direttamente le distanze percorse dalle palline durante il moto, misure che oggi possono essere realizzate abbastanza facilmente mediante fotografie stroboscopiche.

Per molto tempo si è pensato anche che non potesse misurare con esattezza neanche i tempi, mancandogli, com'è noto, l'orologio. Però in questa esperienza ciò che interessa è solo rendere uguali degli intervalli di tempo e ciò si può fare con un dispositivo acustico.

Galileo veniva da una famiglia di musicisti ed era senz'altro in grado, come si ricava dalle misure riportate nel manoscritto, di distinguere un errore di 1/64 su un intervallo di mezzo secondo.

Il dispositivo utilizzato da Galileo è secondo S. Drake di questo tipo: degli archetti di budello venivano fissati al piano inclinato, che era scanalato per permettere la discesa guidata della pallina. Gli archetti erano ben stretti ma potevano essere mossi verso l'alto o verso il hasso. La loro posizione in prima approssimazione poteva essere individuata lasciando cadere la pallina e contemporaneamente eseguendo una scansione temporale di un ritmo musicale.

Individuate così le posizioni approssimate della pallina sul piano inclinato in corrispondenza alle successive scansioni temporali, venivano predisposti gli otto archetti. Successivamente, lasciando cadere la pallina, si spostavano gli archetti fino ad uguagliare le scansioni temporali. Restava solo da misurare le distanze.

Si vede dalle misure riportate da Galileo che il primo archetto rallentava un poco il moto della pallina e quindi il secondo intervallo spaziale è un po' più piccolo e si nota anche che la posizione dell'ultimo archetto (quando la pallina è molto veloce, circa 1.000 punti al secondo) è l'unica a rilevare un errore di mísura, poi corretto da Galileo, superiore ad 1/64 di 0.55 secondi. Galileo segnòanche dei + e dei - in corrispondenza di alcuni valori, per indicare che non riteneva alcune rilevazioni come perfettamente precise rispetto all'intervallo temporale prescelto.

E' evidente che Galileo non conosceva la legge di cadutaprima dell'esperimento, altrimenti avrebbe predisposto gli archetti nelle posizioni teoriche precise.

Sul manoscritto sono cancellati i numeri 1-5-9-13-17-21, primi tentativi di trovare una regolarità nel tempo. Appaiono invece i numeri 1-3-5-7-9-11- 13-15, cioè la corretta espressione delle distanze parziali percorse durante successivi intervalli di tempo ugua1i, essumendo come unità il primo intervallo spaziale.

Successivamente con inchiostro diverso, ma sempre nel 1604. Galileo scrisse a sinistra delle distanze misurate i numeri da 1 a 8. Tali numeri rappresentano i tempi trascorsi prendendo come unità il primo intervallo di tempo.

Da un successivo manoscritto, sempre del 1604, risulta che Galileo non aveva ancora individuato la legge di proporzionalità tra gli spazi percorsi e i quadrati dei tempi impiegati a percorrerli, legge che egli riesce tuttavia a ricavare nella seconda parte dello stesso manoscritto in un modo teorico tramite l'utilizzo delle proporzioni euclidee. Il complesso procedimento teorico è riportato in un articolo di S. Drake (si veda S. Drake "Galileo e la legge di caduta libera" - Le scienze N. 37, (1973)).

E'a questo punto che Galileo avrebbe ripreso il manoscritto di Fig. 3-4 e annotato, con una penna ed un inchiostro diverso, a sinistra della colonna dei tempi (1,2,3,...) i valori degli spazi percorsi prendendo come unità lo spazio percorso nel primo intervallo di tempo (33 punti) ottenendo così una verifica sperimentale della "legge dei quadrati". Galileo incontra maggiori dificoltà nell'analisi della velocità, soprattutto per la difficoltà di concepire una velocità istantanea (variabile con continuita).

Sorge qui il problema del perchè Galileo abbia tentato in un primo tempo di derivare la legge di caduta dall'assunto (erroneo) che le velocità di caduta siano proporzionali alle distanze percorse. Questa dimostrazione si trova infatti nella lettera a Paolo Sarpi del 16 ottobre 1604 che si riporta in parte.

Dall'Epistolario

A PAOLO SARPI.

Padova, 16 ottobre 1604

Molto Rev.do Sig.re et Pad.ne Col.mo,

Ripensando circa le cose del moto, nelle quali, per dimostrare li accidenti da me osservati, mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per assioma, mi son ridotto ad una proposizione la quale ha molto del naturale et dell'evidente; et questa supposta, dimostro poi il resto, cioè gli spazii passati dal moto naturale esser in proporzione doppia dei tempi, et per conseguenza gli spazi passati in tempi eguali esser come i numeri impari ab unitate, et le altre cose. Et il principio è questo: che il mobile naturale vadia crescendo di velocità con quella proportione che si discosta dal principio del suo moto; come, v.g., cadendo il grave dal termine a per la linea abcd, suppongo che il grado di velocità che ha in c al grado di velocita che ebbe in b esser come la distanza ca alla distanza ba, et così conseguentemente in d haver grado di velocità maggiore che in c secondo che la distanza da è maggiore della ca...

Galileo Galilei, Opere, p.862, .UTET.

S. Drake spiega la posizione di Galileo (velocità proporzionali alla distanza) affermando che il termine velocità istantanea (che per l'appunto solo allora si veniva definendo), veniva utilizzato da Galileo con un significato diverso da quello attuale. Secondo quest'interpretazione, il significato per Galileo era quello di energia cinetica e quindi ne discendeva la proporzionalità alle distanze.

Dopo una parentesi dedicata a problemi di astronomia, nel 1607 Galileo ritorna ai problemi del moto.

E' di questo periodo un manoscritto che presenta dei risultati sperimentali la cui interpretatione è del massimo interesse: Galileo suppone che la velocità è una quantità variabile con continuità e proporzionale al tempo e asserisce che le velocità dei corpi che cadono da una certa altezza sono nello stesso rapporto che le radici quadrate delle distanze percorse. Questo risultato sarà uno dei fondamenti della fisica classica.

Il manoscritto riprodotto in Fig. 3-5 si può interpretare nel modo seguente: una pallina viene fatta rotolare su un piano inclinato a partire da altezze differenti H.

L'estremità inferiore del piano è curvata "a trampolino" per trasmettere alla pallina lungo una direzione orizzontale la velocità acquisita nel moto di caduta lungo il piano inclinato.

La pallina inizia quindi un moto di caduta libera da un'altezza prefissata con velocità iniziale orizzontale.

Si ottiene cosi la composizione di un moto verticale e di un moto orizzontale e si può misurare con precisione la distanza D (gittata) percorsa in direzione orlzzontale tra l'istante di stacco e l'istante di impatto della pallina con il piano di riferimento (v. Fig. 3-5).



Fig. 3-5

Se si assume il principio di composizione dei moti, il tempo di caduta libera non dipende dal valore della componente orizzontale della velocità e pertanto la gittata è proporzionale al valore di tale velocità; è così possibile verificare che la velocità di caduta della pallina lungo il piano inclinato è proporzionale alla radice quadrata dell'altezza di caduta.

Secondo S.Drake inoltre dall'analisi delle parabole di caduta riportate sul manoscritto, Galileo poteva verificare l'ipotesi di un moto rettilineo uniforme in assenza di attriti, cioè di un moto inerziale. Infatti per ottenere una parabola è necessario avere lungo l'asse orizzontale un moto uniforme (x=Vo. t) e lungo l'asse verticale un moto uniformemente accelerato (y= ½gt2). Eliminando il tempo si ottiene y=Kx2.

Dato invece per scontato il moto inerziale, l'esperimento potrebbe anche essere stato un tentativo di verificare il principio di composizione dei moti, un'altra grande novità concettuale rispetto alla fisica aristotelica.

Il dispositivo sperimentale utilizzato da Galileo fu probabilmente il seguente: un piano inclinato di circa 30° (ricostruzioni in tal senso sono state fatte a Toronto e Monaco) veniva posto ad un'altezza di 828 punti (77,7 cm) rispetto al piano di riferimento. Tale altezza consente di avere, per una caduta sul piano inclinato da un'altezza di 300 punti, una gittata di 800 punti.

Questo primo lancio è l'unico non contrassegnato sul manoscritto sia da un valore calcolato ("doveria") sia da un valore misurato. Partendo da tali valori quindi Galileo deve aver calcolato il valore della gittata negli altri casi.

Assumendo infatti la legge di caduta  si può scrivere:

D2n/Hn = D2i/Hi

cioè i quadrati delle gittate (velocità) sono proporzionali alle altezze di caduta sul piano inclinato.

Conoscendo quindi il valore sperimentale D2i/Hi, per un lancio, si possono calcolare le gittate corrispondenti agli altri lanci. Si ha infatti

Dn= √ Hn. D2i/Hi

Galileo riporta i calcoli sullo stesso manoscritto. Ad esempio nel caso del terzo lancio (Hn = 800) i calcoli sono quelli inseriti nel cerchio tratteggiato.

Egli calcola per prima la quantità A = Hn . Di/Hi (800 .

800/300 = 2133) quindi calcola il prodotto A . Di (2133 . 800 = 1.706.400) e ne estrae infine la radice quadrata ( √1.706.400 = 1306).

Come si vede i rísultati sperimentali trovati da Galileo sono in buon accordo con i valori calcolati.

E` logico domandarsi a questo punto perchè Galileo non abbia mai pubblicato o riferito questi risultati. Probabilmente ciò è dovuto al fatto che i dati sperimentali ottenuti erano in disaccordo con la "regola della doppia distanza".

Tale regola, scoperta da Galileo stesso. afferma che una sfera che cade da una altezza H lungo una inclinazione qualunque acquista una velocità finale tale da farle percorrere in direzione orizzontale una distanza 2H in un tempo pari a quello impiegato in caduta libera per percorrere in direzione verticale lo spazio H.

Nota .

Secondo la teoria moderna un corpo in caduta libera da

un'altezza H raggiunge una velocità:

Vo = √ 2g H

in un tempo: to = √ 2H/g

Pertanto un corpo che si muove con velocità Vo percorre in un tempo to una distanza:

Vo • to = √ 2gH • √ 2H/g = 2H

Il quarto lancio eseguito da Galileo parte da una distanza di 828 punti, esattamente uguale all'altezza del piano inclinato sul riferimento. La gittata dovrebbe essere quindi di 828 X 2 = 1656 punti contro i 1329 misurati.

Questa era l'unica predizione teorica assoluta possibile per Galileo (in quanto le altre si basavano sui risultati del primo lancio) ed era in netto disaccordo con i dati sperimentali.

Oggi è noto che la differenza tra il valore teorico e quello sperimentale è dovuta al fatto che la sfera cadendo lungo il piano inclinato rotola su se stessa. Alla fine della caduta essa acquista non solo una velocità di traslazione Vo ma anche una velocità di rotazione.

La velocità Vo risulta allora:

Vo = √ 2gH(5/7)

e lo spazio percorso nel tempo to risulta:

D= 2H • √ 5/ 7 =(circa)1400

Tutti i risultati ottenuti da Galileo nei suoi studi sulla caduta dei gravi vengono compendiati e presentati in maniera rigorosa molti anni più tardi nei "Discorsi intorno a due nuove scienze" (1638); in quest'ultima opera Galileo dimostra la "legge dei quadrati" partendo dal teorema della media che viene però dimostrato in maniera del tutto originale.

Galileo, "Discorsi intorno a due nuove scienze", vol. VIII

...Il tempo in cui uno spazio dato è percorso da un mobile con moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete, è eguale al tempo in cui quel medesimo spazio sarebbe percorso dal medesimo mobile mosso di moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo (la metà) del grado di velocità ultimo e massimo (raggiunto dal mobile) nel precedente moto uniformemente accelerato.

Con la lunghezza AB si rappresenti il tempo in cui venga percorso lo spazio CD da un mobile che si muova di moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete in C; inoltre, fra i gradi della velocità accresciuta negli istanti del tempo AB, l'ultimo e massimo sia rappresentato dalla EB, comunque innalzata sulla AB; e, tracciata la congiungente AE, tutte le parallele alla BE condotte dai singoli punti della linea AB rappresenteranno i gradi di velocità crescenti a partire dall'istante A.

Fig.3-6



Divisa poi la BE a metà nel punto F, e condotte le parallele FG e AG (rispettivamente) alle BA e BF, si sarà costruito il parallelogramma AGFB, che è eguale (equivalente) al triangolo AEB e che col lato GF divide a metà la AE nel punto I: se poi si prolungano le parallele del triangolo AEB fino ad incontrare la IG, avremo che l'aggregato (l'insieme) di tutte le parallele contenute nel quadrilatero è eguale (equivalente) all'insieme di quelle comprese nel triangolo AEB; infatti, quelle che si trovano nel triangolo IEF sono pari a quelle contenute neltriangolo GIA; quanto a quelle che si trovano nel trapezio AIFB esse sono comuni.

Ora, siccome a tutti gli istanti del tempo AB corrispondono, uno ad uno, tutti i punti della linea AB, e poichè le parallele condotte da questi punti e comprese nel triangolo AEB rappresentano i gradi crescenti della velocità aumentata, mentre le parallele contenute nel parallelogramma rappresentano analogamente altrettanti gradi della velocità non accresciuta, ma equabile; è chiaro che nel moto eccelerato secondo le parallele crescenti del triangolo AEB si avranno altrettenti momenti di velocità che nel moto equabile secondo le parallele del parallelogramma GB: infatti, quella parte dei momenti che manca nella prima metà del moto accelerato (infatti mancano i momenti rappresentati dalle parallele del triangolo AGI) è compensata dai momenti rappresentati dalle parallele del triangolo IEF.

E` dunque manifesto che saranno equali gli spazi percorsi nello stesso tempo da due mobili, uno dei quali si muova di moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete, l'altro invece di moto equabile secondo un momento di velocità sudduplo del momento massimo di velocità del moto accelerato: che è quello che intendevamo dimostrare.

Se un mobile scende, a partire dalla quiete, con moto uniformemente accelerato, gli spazi percorsi da esso in tempi qualsiasi stenno tra di loro in duplicata proporzione dei tempi (in un rapporto pari al rapporto dei tempi moltiplicato per sè stesso), cioè stanno tra di loro come i quadrati dei tempi.

Si intenda che lo scorrere del tempo, a partire da un determinato primo istante A, sia rappresentato dalla lunghezza AB, sulla quale si prendano due tempi qualsiasi AD e AE; inoltre, HI sia la linea lungo la quale il mobile, a partire dal punto H posto come inizio del movimento, discenua con moto uniformemente accelerato; e HL sia lo spazio percorso nel primo tempo AD, mentre HM sia lo spazio attraverso cui sarà disceso nel tempo AE: dico, che lo spazio MH sta allo spazio HL in proporzione duplicata rispetto a quella che il tempo EA ha col tempo AD; o vogliamo dire, che gli spazi MH e HL hanno la medesima proporzione che i quadrati di EA e di AD.

Si conduca la linea AC, la quale formi con la AB un angolo qualsiasi; ora, dai punti D ed E siano condotte le parallele DO ed EP: di queste, DO rappresenterà il massimo grado delle velocità raggiunte nell'istante D del tempo AD, mentre PE rappresenterà il massimo grado della velocità acquistata nell'istante E del tempo AE.

Fig.3-7



Ma poichè abbiamo sopra dimostrato che, per quanto riguarda gli spazi percorsi, sono tra di loro eguali quelli, dei quali l'uno è percorso dal mobile a partire dalla quiete con moto uniformemente accelerato, e l'altro è percorso nel medesimo tempo dal mobile che si muova di moto equabile, la cui velocità sia suddupla (pari alla metà) della velocità massima acquistata nel moto accelerato; risulta dunque che gli spazi MH. e LH sono eguali a quelli che verrebbero percorsi nei tempi EA e DA con moti equabili, le cui velocità fossero rispettivamente la metà di PE e di OD.

Se dunque si sarà mostrato che questi spazi MH e LH stanno in duplicata proporzione dei tempi EA e DA, il nostro intento risulterà provato.

Ora, nella quarta proposizione del primo libro si è dimostrato che gli spazi, percorsi da mobili mossi di un moto equabile, hanno tra di loro una proporzione composta della proporzione tra le velocità e della proporzione tra i tempi: ma qui la proporzione tra 1a velocità è eguale alla proporzione tra i tempi, (infatti, quale è la proporzione della metà di PE alla metà di 0D, ossia la proporzione dell'intera PE all'intera OD, tale è anche la proporzione della AE alla AD): dunque, la proporzione tra gli spazi percorsi è duplicata rispetto alla proporzione tra tempi; che è quello che si doveva dimostrare.

Di qui è manifesto che, se dal primo istante o inizio del moto avremo preso successivamente un numero qualsiasi di tempi eguali, come ad esempio AD, DE, EF, FG, nei quali siano percorsi gli spazí HL, LM, MN, NI, questi spazi staranno tra di loro come i numeri impari ab unitate, cioè come l, 3, 5, 7: questa è infatti la proporzione tra gli eccessi dei quadrati delle linee che si eccedono egualmente il cui eccesso è eguale alla minima di esse, o vogliam dire tra i numeri quadrati consecutivi ab unitate.

Pertanto, mentre i gradi di velocità aumentano in tempi eguali secondo la serie dei numeri semplici, gli spazi percorsi nei medesimi tempi acquistano incrementi secondo la serie dei numeri impari ab unitate.

Sempre nei "Discorsi" viene riportata una corroborazione sperimentale dei risultati teorici. L'esperienza riguarda ancora lo studio del moto di caduta di una sfera lungo un piano inclinato e i tempi vengono misurati mediante un orologio ad acqua.

Riportiamo direttamente la descrizione dell'esperienza nella forma data da Galileo:

Galiieo, "Discorsi intorno a due nuove scienze"

...In un regolo, o voglian dir corrente, di legno, lungo circa 12 braccia, e largo per un verso mezo bracio e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto, poco più largo d'undito; tiratolo drittissimo, e, per averlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita; costituito che si era il detto regolo pendente, elevando sopra il piano orizontale una delle sue estremità un braccio o due ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per il detto canale la palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumava nello scorrerlo tutto, replicando il medesimo atto molte volte per assicurarsi bene della quantità del tempo, nel qualle non si trovava mai differenza nè anco della decima parte d'una battuta di polso.

Fatta e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso canale; e misurato il tempo delle sua scesa, si trovava sempre puntualissimemente esser la metà dell'altro: e facendo poi l'esperienze di altre parti, esaminando ora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, o con quello delli duo terzi o dei 3/4, o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s'incontrava, gli spazii passati esser tra di loro come i quadrati e i tempi, e questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del canale nel quale si faceva scender la palla; dove osservammo ancora, i tempi delle scese per diverse inclinazioni mantener esquisitamente tra di loro quella proporzione che più a basso troveremo essergli assegnata e dimostrata dall'Autore.

Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena d'acqua, attaccata ín alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo l'acqua, che s'andava ricevendo con un piccol bicchiero per tutto 'l tempo che la palla scendeva nel canale e nelle sue parti: le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte. s'andavano di volta ín volte con esattissima bilancia pesando, dandoci le differenze e proporzioni de i pesi loro le differenze e proporzioni de i tempi; e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni, molte e molte volte replicate, già mai non differivano di un notabil momento.

Simp: Gran sodisfazione arei ricevuta nel trovarmi presente a teli esperienze: ma sendo certo della vostra diligenza nel farle e fedeltà nel riferirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissime e vere.

Salv: Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare avanti.

Fu questa esperienza veramente eseguita? Oppure fu solo immaginata da un Galileo oramai certo dei risultati raggiunti? I pareri degli storici sono discordi.

Un'opinione ragionevoie è che Galileo abbia effettivamente eseguito le esperienze, ma che il grado di precisione descritto nei Discorsi rappresenti un ideale di chi già immagina i risultati più che i dati di misure reali.

Come risulta da questo breve panorama delle interpretazioni del lavoro di Galileo, la strada della ricerca scientifica è ardua ed affascinante e la creatività dello scienziato, il soggetto, gioca un ruolo non indifferente nell'armonizzare contributi diversi verso un obiettivo specifico.